

Под редакцией
А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА



ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

10 вариантов заданий
Ответы и решения
Критерии оценок
Бланки ответов

2020

Разработано
МИОО



ЭКЗАМЕН

ЕДИНЫЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКЗАМЕН

Под редакцией А.Л. Семенова, И.В. Ященко

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Разработано МИОО

для использования в образовательных учреждениях

Российской Федерации в качестве сборника тестовых заданий

для подготовки к единому государственному экзамену по математике

10 вариантов заданий

Ответы и решения

Критерии оценок

Бланки ответов

**Издательство
«ЭКЗАМЕН»**

**МОСКВА
2010**

- Е33 ЕГЭ 2010. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р. Высоцкий, Д.Д. Гушин, П.И. Захаров, В.С. Панферов, С.Е. Посицельский, А.В. Семенов, А.Л. Семенов, М.А. Семенова, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль, И.В. Ященко; под ред. А.Л. Семенова, И.В. Ященко. — М.: Издательство «Экзамен», 2010. — 55, [1] с. (Серия «ЕГЭ 2010. Типовые тестовые задания»)

ISBN 978-5-377-02942-7

Типовые тестовые задания по математике содержат 10 вариантов комплектов заданий, составленных с учетом всех особенностей и требований Единого государственного экзамена в 2010 году. Назначение пособия — предоставить читателям информацию о структуре и содержании контрольных измерительных материалов 2010 г. по математике, степени трудности заданий.

В состав авторского коллектива входят специалисты, имеющие большой опыт работы в школе и вузе и принимающие участие в разработке тестовых заданий для ЕГЭ.

В сборнике даны ответы на все варианты тестов и приводятся решения всех заданий одного из вариантов. Кроме того, приведены образцы бланков, используемых на ЕГЭ для записи ответов и решений.

Пособие может быть использовано учителями для подготовки учащихся к экзамену по математике в форме ЕГЭ, а также старшеклассниками и абитуриентами — для самоподготовки и самоконтроля.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Формат 60×90/8. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная.

Уч.-изд. л. 3,22. Усл. печ. л. 7.

Тираж 50 000 экз. Заказ 1494

ISBN 978-5-377-02942-7

© Высоцкий И.Р., Гушин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л.,
Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Ященко И.В., 2010
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2010

СОДЕРЖАНИЕ

Инструкция по выполнению работы	5
Тренировочная работа 1.....	6
Часть 1	6
Часть 2	8
Тренировочная работа 2.....	10
Часть 1	10
Часть 2	12
Тренировочная работа 3.....	14
Часть 1	14
Часть 2	16
Тренировочная работа 4.....	18
Часть 1	18
Часть 2	20
Тренировочная работа 5.....	22
Часть 1	22
Часть 2	24
Тренировочная работа 6.....	26
Часть 1	26
Часть 2	28
Тренировочная работа 7.....	30
Часть 1	30
Часть 2	32
Тренировочная работа 8.....	34
Часть 1	34
Часть 2	36
Тренировочная работа 9.....	38
Часть 1	38
Часть 2	40
Тренировочная работа 10.....	42
Часть 1	42
Часть 2	44

Ответы	46
Тренировочная работа 1	46
Тренировочная работа 2	46
Тренировочная работа 3	46
Тренировочная работа 4	47
Тренировочная работа 5	47
Тренировочная работа 6	47
Тренировочная работа 7	48
Тренировочная работа 8	48
Тренировочная работа 9	48
Тренировочная работа 10	49
Решение заданий	50
Тренировочная работа 1. Часть 2	50

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом (B1–B12) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (C1–C6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Желаем успеха!

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 1

Часть 1

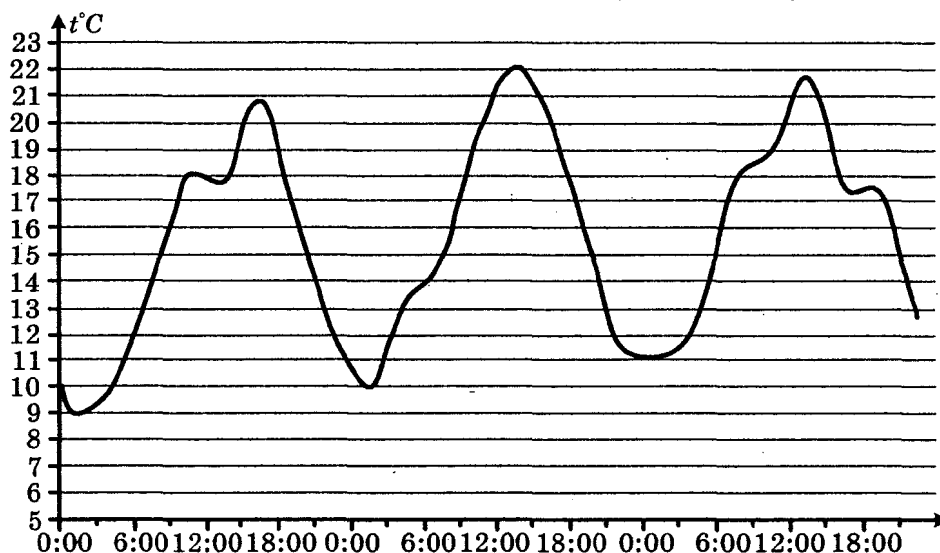
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. Сырок стоит 5 руб. 40 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 40 рублей?

В2

- В2. На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с воскресенья на понедельник.

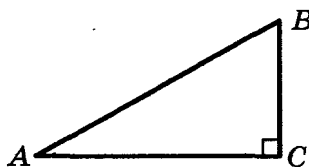


В3

- В3. Найдите корень уравнения $5^{4-x} = 25$.

В4

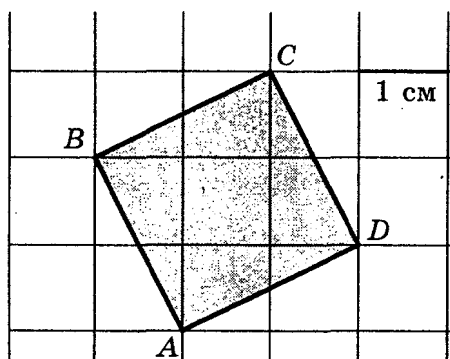
- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 60° , $AB = 6$. Найдите BC .



- В5.** Строительная фирма планирует приобрести 73 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

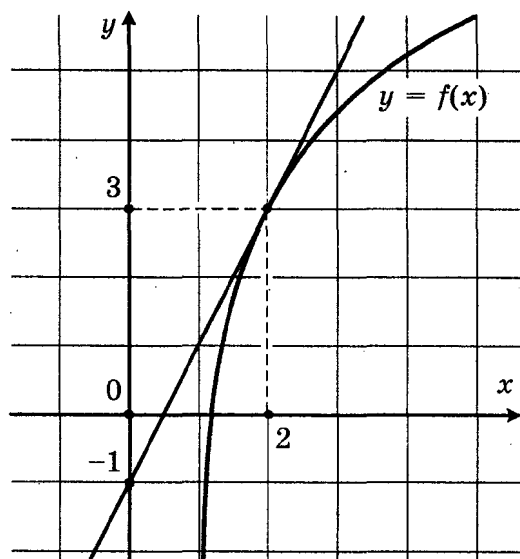
Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4600	
Б	3200	4300	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4500	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

- В6.** Найдите площадь квадрата $ABCD$. Размер каждой клетки 1 см \times 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В7.** Найдите значение выражения $\log_6 126 - \log_6 3,5$.

- В8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 2. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = 2$.



B5

B6

B7

B8

B9

B9. Объем данного правильного тетраэдра равен 2 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 3 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

B10. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 16 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B11

B11. Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

B12

B12. Моторная лодка прошла против течения 24 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 20 мин меньше, чем при движении против течения. Найдите скорость (в км/ч) лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 3 км/ч.

Часть 2

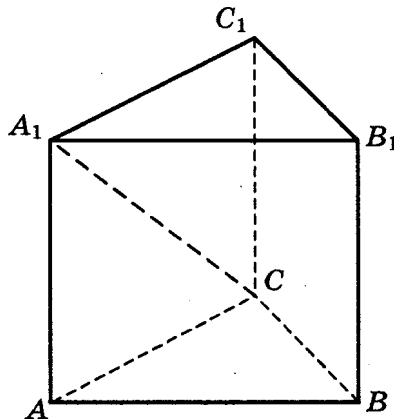
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^y + 2 \cos x = 0, \\ 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0. \end{cases}$$

C2

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .



C3. Решите неравенство
$$\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3.$$

C3

C4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a , причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

C4

C5. Найти все значения a , такие, что для любого x выполняется неравенство $2x + 2|x - a| + |x - 1| > 3$.

C5

C6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 2

Часть 1

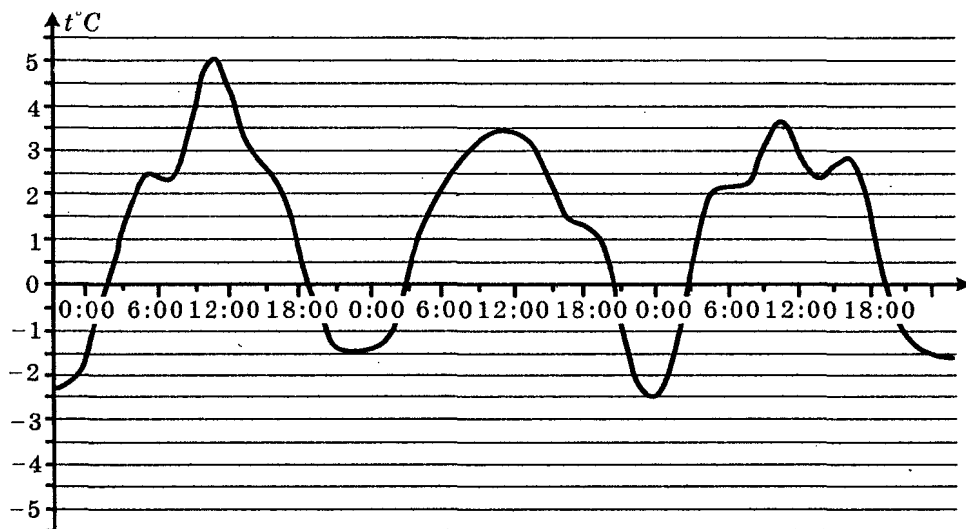
Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

В1

- В1. В летнем лагере на каждого участника полагается 50 г сахара в день. В лагере 163 человека. Сколько килограммовых пачек сахара необходимо на неделю?

В2

- В2. На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 2 марта. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах. Найдите по графику наибольшую температуру воздуха 3 марта.

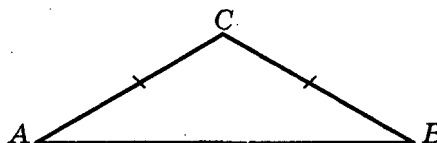


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{6}\right)^{6-x} = 36$.

В4

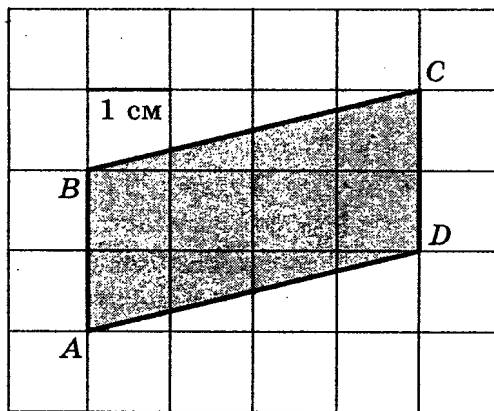
- В4. В треугольнике ABC $AC = BC$, угол C равен 120° , $AB = \sqrt{3}$. Найдите AC .



- B5.** Строительная фирма планирует приобрести 72 кубометра пеноблоков у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

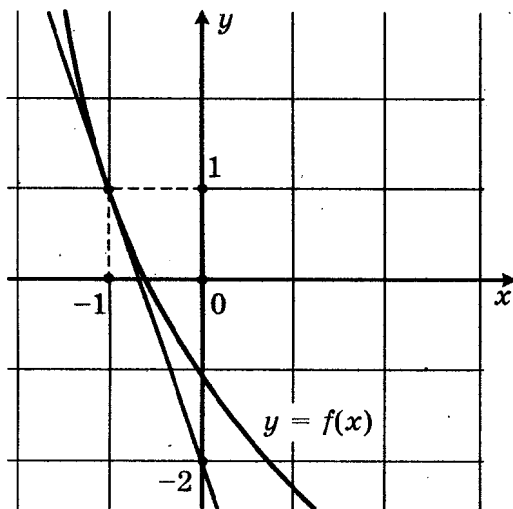
Поставщик	Стоимость пеноблоков (руб. за м ³)	Стоимость доставки (руб.)	Дополнительные условия
А	2850	4900	
Б	3100	4600	При заказе на сумму более 150 000 руб. доставка бесплатно
В	2900	4800	При заказе на сумму более 200 000 руб. доставка бесплатно

- B6.** Найдите площадь параллелограмма $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения $\log_8 288 - \log_8 4,5$.

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



B9

B9. Объем данного правильного тетраэдра равен 64 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 2 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

B10. В электросеть включён предохранитель, рассчитанный на силу тока 20 А. Определите, какое минимальное сопротивление должно быть у электроприбора, подключаемого к розетке в 220 вольт, чтобы сеть продолжала работать. Сила тока в цепи I связана с напряжением U соотношением $I = \frac{U}{R}$, где R — сопротивление электроприбора. (Ответ выразите в омах.)

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 4 \cos x - \frac{21}{\pi}x + 9$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

B12

B12. Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если выставленный на продажу за 8000 рублей, он через два года был продан за 6480 рублей. (Знак процента в ответе не пишете.)

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3^x + 2 \sin y = 0, \\ 4 \cos^2 y - 4 \cos y - 3 = 0. \end{cases}$$

C2

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани $AA_1 D_1 D$ призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой $B_1 D$, если расстояние между прямыми $A_1 C_1$ и BD равно $\sqrt{3}$.

C3

C3. Решите неравенство $\frac{\log_2(3x+2)}{\log_3(2x+3)} \leq 0$.

C4. Трапеция с основаниями 14 и 40 вписана в окружность радиуса 25. Найдите высоту трапеции.

C4

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых система
$$\begin{cases} (x-a)(ax-2a-3) \geq 0, \\ ax \geq 4 \end{cases}$$
 не имеет решений.

C5

C6. Найдите все натуральные числа, которые делятся на 42 и имеют ровно 42 различных натуральных делителя (включая единицу и само число).

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 3

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

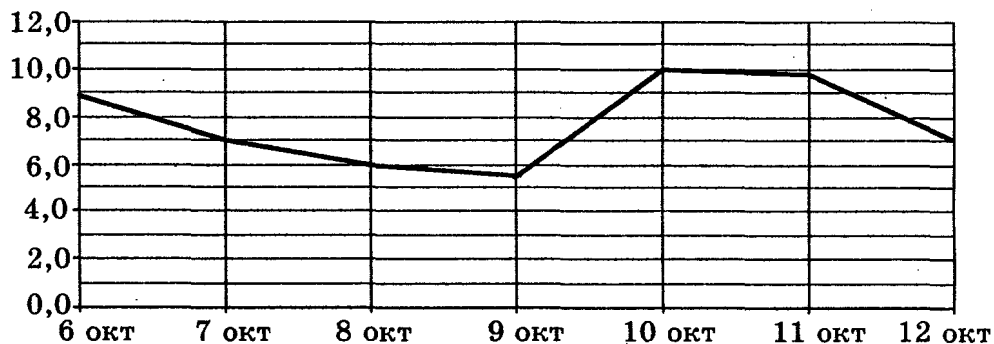
В1

- В1. На день рождения полагается дарить букет из нечетного числа цветов. Тюльпаны стоят 30 рублей за штуку. У Вани есть 500 рублей. Из какого наибольшего нечетного числа тюльпанов он может купить букет Маше на день рождения?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.



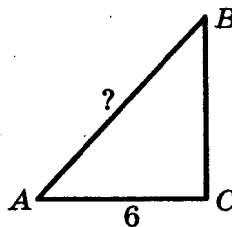
Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 6,5 °C до 9 °C.

В3

- В3. Найдите корень уравнения $6^{16-x} = \frac{1}{36}$.

В4

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $AC = 6$. Найдите AB .

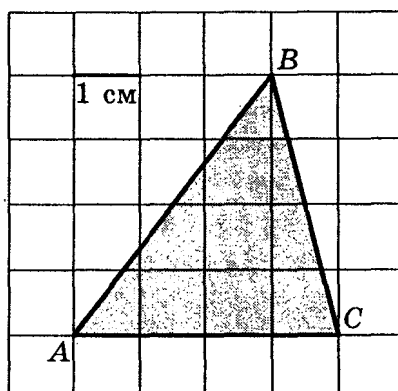


- B5.** Поставщик газа может заключить договор на транзит своего газа до клиента через любой из трех газопроводов: Южный, Центральный или Восточный. Длина Южного газопровода равна 350 километрам, длина Центрального газопровода равна 400 километрам, а длина Восточного газопровода равна 330 километрам. Транспортировка 1000 кубометров газа на 100 километров по Южному газопроводу стоит 11 долларов, по Центральному газопроводу — 9,5 долларов, по Восточному газопроводу — 12 долларов. Сколько долларов придется заплатить за самый выгодный транзит 1,5 миллионов кубометров газа?

B5

- B6.** Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

B6

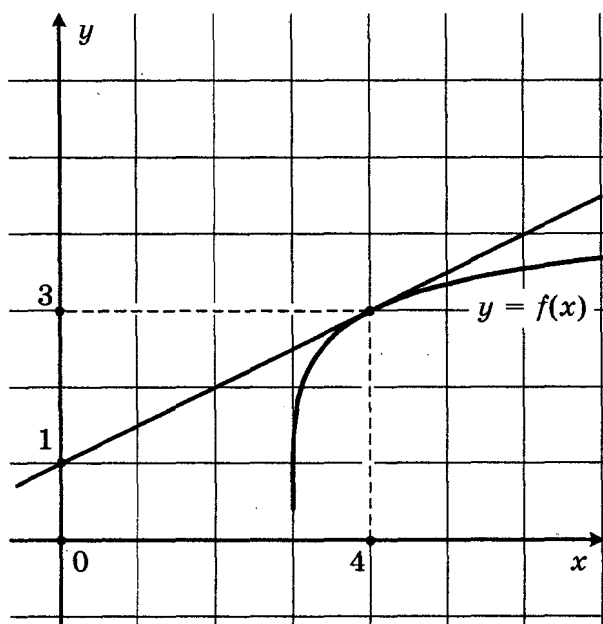


- B7.** Найдите значение выражения $5 \cdot 7^{\log_7 3}$.

B7

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 4. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = 4$.

B8



В9

В9. Объем конуса равен 6 см^3 . Чему равен объем цилиндра, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный конус?

В10

В10. Высоту над землей подброшенного вверх мяча можно вычислить по формуле $h(t) = 1 + 11t - 5t^2$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 3 метров?

В11

В11. Найдите наибольшее значение функции $y = 3 \operatorname{tg} x - 3x + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

В12

В12. Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 46 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

С1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 = 8 \sin y + 1, \\ x + 1 = 2 \sin y. \end{cases}$$

С2

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 20, образующая цилиндра равна 28. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 12 и 16. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С3

С3. Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 13x + 20) - 1}{\log_3(x + 7)} \leq 0.$$

С4

С4. Окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках A и B . Известно, что $\angle AO_1B = 90^\circ$, $\angle AO_2B = 60^\circ$, $O_1O_2 = a$. Найдите радиусы окружностей.

С5. Найти все значения a , такие, что уравнение $|x+3|-1=|2x-a|$ имеет единственное решение.

С5

С6. Решите уравнение $3^m + 4^n = 5^k$ в натуральных числах.

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 4

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

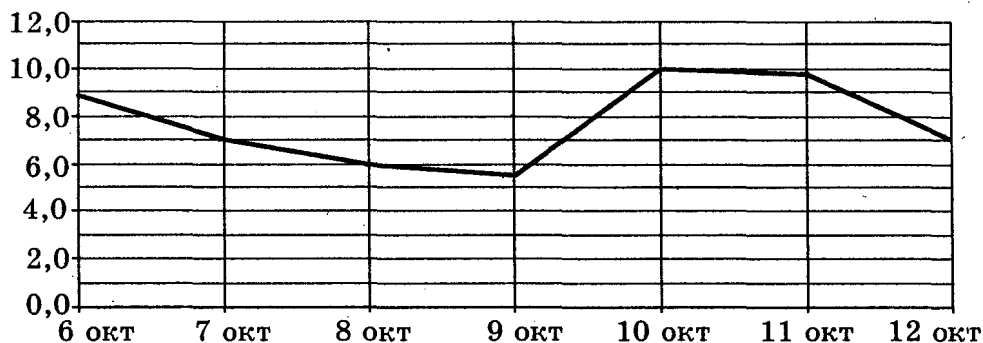
В1

- В1. Больному прописан курс лекарства, которое нужно пить по 0,5 г три раза в день в течение трех недель. В одной упаковке содержится 10 таблеток по 0,5 г. Какого наименьшего количества упаковок хватит на весь курс?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какого числа из указанного периода средняя температура была наименьшей.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.

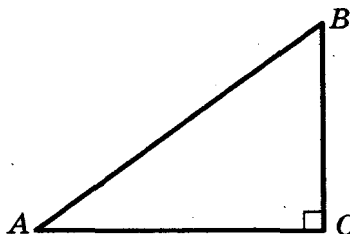


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_4(5 - x) = 2$.

В4

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\sin A = \frac{3}{5}$. Найдите $\cos B$.

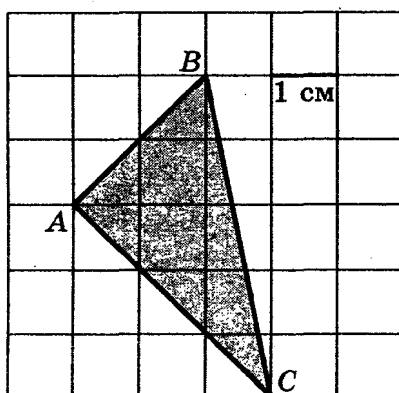


- В5. Поставщик газа может заключить договор на транзит своего газа до клиента через любой из трех газопроводов: Северный, Центральный или Западный. Длина Северного газопровода равна 380 километрам, длина Центрального газопровода равна 400 километрам, а длина Западного газопровода равна 280 километрам. Транспортировка 1000 кубометров газа на 100 километров по Северному газопроводу стоит 10 долларов, по Центральному газопроводу — 8,5 долларов, по Западному газопроводу — 11 долларов. Сколько долларов придется заплатить за самый выгодный транзит 1,5 миллионов кубометров газа?

В5

- В6. Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

В6

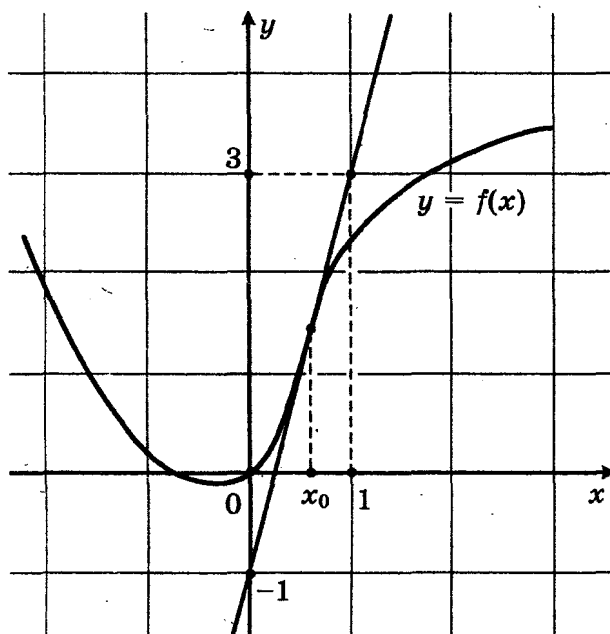


- В7. Найдите значение выражения $7 \cdot 5^{\log_5 2}$.

В7

- В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

В8



В9

В9. Объем цилиндра равен 12 см^3 . Чему равен объем конуса, который имеет такое же основание и такую же высоту, как и данный цилиндр?

В10

В10. Высоту над землёй подброшенного вверх мяча можно вычислять по формуле $h(t) = 2 + 12t - 5t^2$ (h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска). Сколько секунд мяч будет находиться на высоте более 6 метров?

В11

В11. Найдите наименьшее значение функции $y = 8 \operatorname{tg} x - 8x - 2\pi + 5$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

В12

В12. Первая труба наполняет бак объемом 570 литров, а вторая труба — бак объемом 530 литров. Известно, что одна из труб пропускает в минуту на 4 л воды больше, чем другая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если баки были наполнены за одно и то же время?

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1

С1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} y^2 = 4 \cos x + 1, \\ y + 1 = 2 \cos x. \end{cases}$$

С2

С2. Диаметр окружности основания цилиндра равен 26, образующая цилиндра равна 21. Плоскость пересекает его основания по хордам длины 24 и 10. Найдите тангенс угла между этой плоскостью и плоскостью основания цилиндра.

С3

С3. Решите неравенство $\log_{0,1}(x^2 + x - 2) > \log_{0,1}(x + 3)$.

С4

С4. Около треугольника ABC описана окружность с центром O , угол AOC равен 60° . В треугольник ABC вписана окружность с центром M . Найдите угол AMC .

- С5.** Найти все значения a , при каждом из которых уравнение $1 = |x - 3| - |2x + a|$ имеет единственное решение.

С5

- С6.** Все обыкновенные правильные несократимые дроби, числители и знаменатели которых двузначные числа, упорядочили по возрастанию. Между какими двумя последовательно расположенными дробями находится число $\frac{5}{8}$?

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 5

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

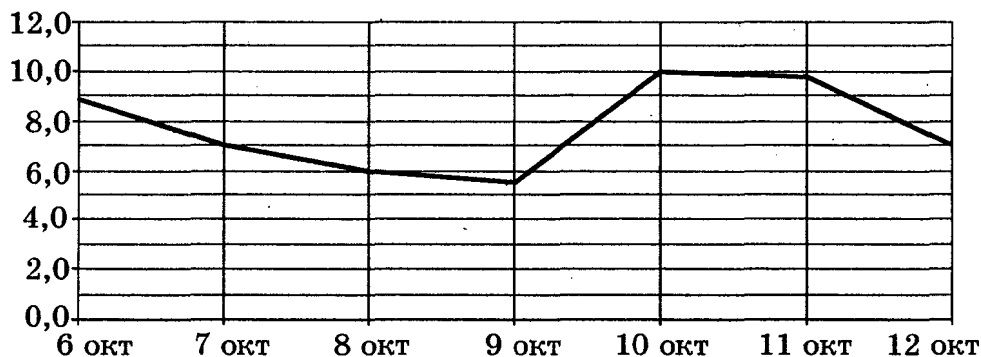
В1

- В1. Железнодорожный билет для взрослого стоит 720 руб. Стоимость билета школьника составляет 50% от стоимости билета для взрослого. Группа состоит из 15 школьников и двух взрослых. Сколько стоят билеты на всю группу?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 октября. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.

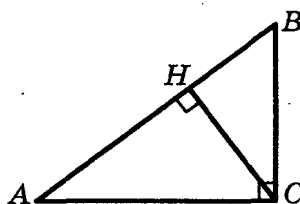


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_5(x - 4) = 2$.

В4

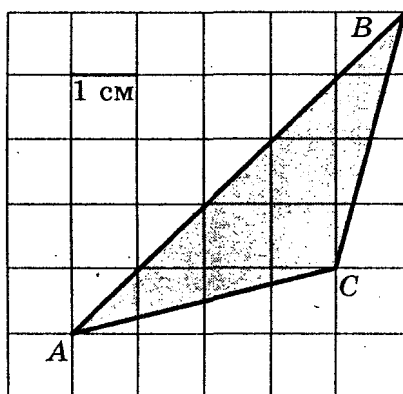
- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$, $AC = 4$. Найдите высоту CH .



- B5.** От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

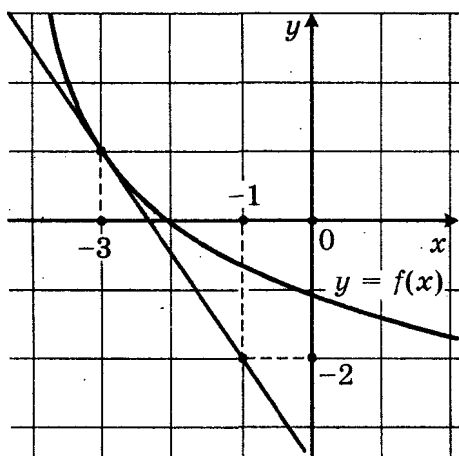
Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	20 минут	2 часа 10 минут	5 минут
Электричка	15 минут	1 час 55 минут	20 минут
Маршрутное такси	15 минут	1 час 40 минут	40 минут

- B6.** Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Найдите значение выражения $\frac{18}{3^{\log_3 2}}$.

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -3 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -3$.



B9

B9. Бильярдный шар весит 200 г. Сколько граммов будет весить шарик вдвое меньшего радиуса, сделанный из того же материала?

B10

B10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 20$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 9 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B11

B11. Найдите наименьшее значение функции $y = 6x - 6 \operatorname{tg} x + 11$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; 0\right]$.

B12

B12. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 20 км/ч, проходит по течению реки до пункта назначения и после стоянки возвращается в исходный пункт. Найдите расстояние, пройденное теплоходом за весь рейс, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 3 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 13 часов после отплытия из него. Ответ дайте в километрах.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos y \sqrt{\sin x} = 0, \\ 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 y + 1. \end{cases}$$

C2

C2. Основание прямой четырехугольной призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ — прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 12$, $AD = \sqrt{31}$. Найдите косинус угла между плоскостью основания призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра AD перпендикулярно прямой BD_1 , если расстояние между прямыми AC и $B_1 D_1$ равно 5.

C3

C3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} > 1$.

C4. Треугольник ABC вписан в окружность радиуса 12. Известно, что $AB = 6$ и $BC = 4$. Найдите AC .

C4

C5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $4x - |3x - |x + a|| = 9|x - 3|$ имеет два корня.

C5

C6. Решите в целых числах уравнение $m \cdot n^2 = 10^5 n + m$.

C6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 6

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

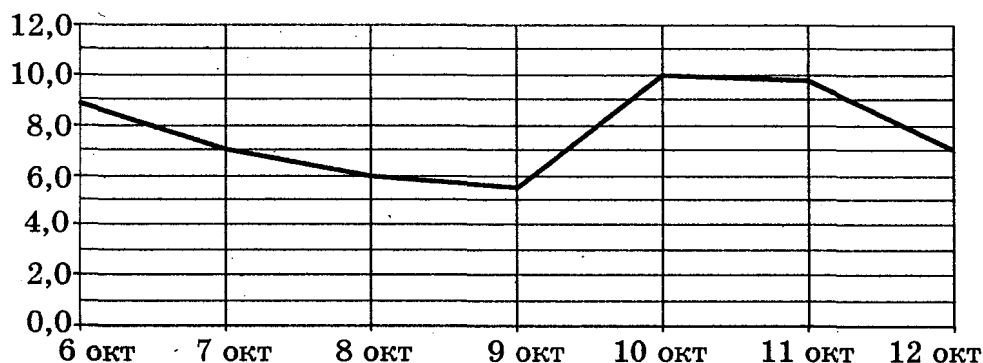
В1

- В1. Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Саратове в период с 6 по 12 октября 1969 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какой была наибольшая среднесуточная температура в указанный период. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Саратове с 6 по 12 октября 1969 г.

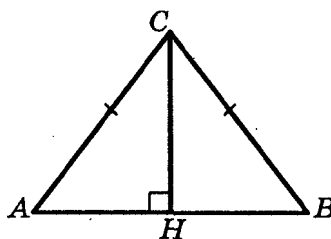


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_7(x - 6) = 2$.

В4

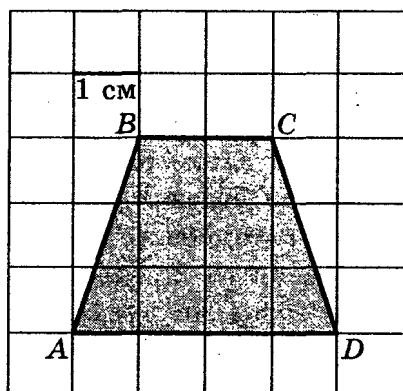
- В4. В треугольнике ABC $AC = BC = 5$, $\sin A = \frac{4}{5}$. Найдите AB .



- B5. От дома до дачи можно доехать на автобусе, на электричке или на маршрутном такси, выйдя на конечной остановке. В таблице приведено время, которое нужно затратить на каждый участок пути. Какое наименьшее время потребуется на дорогу от дома до дачи? Ответ дайте в часах.

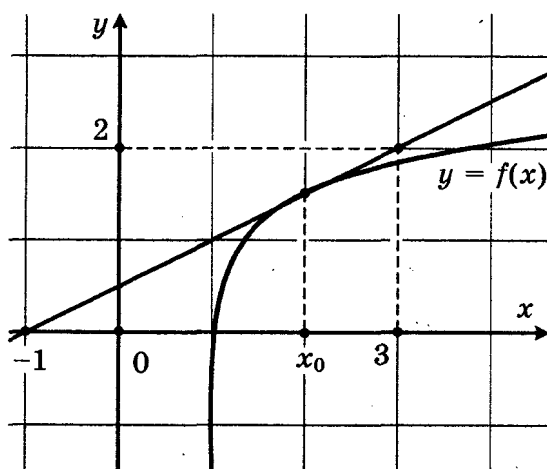
Вид транспорта	Время на дорогу пешком от дома до остановки	Время в пути	Время на дорогу пешком от конечной остановки до дачи
Автобус	10 минут	1 час 55 минут	10 минут
Электричка	20 минут	1 час 15 минут	40 минут
Маршрутное такси	20 минут	1 час 30 минут	30 минут

- B6. Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7. Найдите значение выражения $\frac{30}{5^{\log_5 3}}$.

- B8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой 2. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = 2$.



B9

B9. Бетонный шар весит 0,5 т. Сколько тонн будет весить шар вдвое большего радиуса, сделанный из такого же бетона?

B10

B10. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 25$ метров. При прокладке путей между рельсами оставили зазор в 12 мм. При возрастании температуры будет происходить тепловое расширение рельса, и его длина будет меняться по закону $l(t^\circ) = l_0(1 + \alpha \cdot t^\circ)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ — коэффициент теплового расширения, t_0 — температура (в градусах Цельсия). При какой минимальной температуре между рельсами исчезнет зазор? (Ответ выразите в градусах Цельсия.)

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = 4x - 4 \operatorname{tg} x + \pi - 9$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$.

B12

B12. Города A , B и C соединены прямолинейным шоссе, причем город B расположен между городами A и C . Из города A в сторону города C выехал легковой автомобиль, и одновременно с ним из города B в сторону города C выехал грузовик. Через сколько часов после выезда легковой автомобиль догонит грузовик, если скорость легкового автомобиля на 28 км/ч больше скорости грузовика, а расстояние между городами A и B равно 112 км?

Часть 2

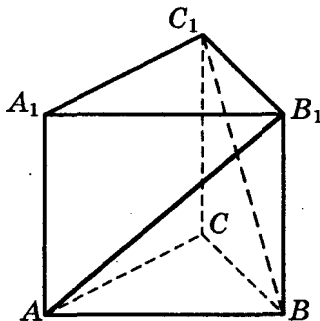
Для записи решений и ответов на задания $C1$ – $C6$ используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \sin y \sqrt{\cos x} = 0, \\ 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 y = 3. \end{cases}$$

C2

C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB_1 и BC_1 .



С3. Решите неравенство $\frac{x^2 - 4}{\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)} < 0$.

С3

С4. Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H . Известно, что $CH = AB$. Найдите угол ACB .

С4

С5. Найти все такие a , что наименьшее значение функции $|x^2 - (1 + a)x + a| + (a - 1)|x + 1|$ меньше 2.

С5

С6. Решите в целых числах уравнение $1 + 2^k + 2^{2k+1} = n^2$.

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 7

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

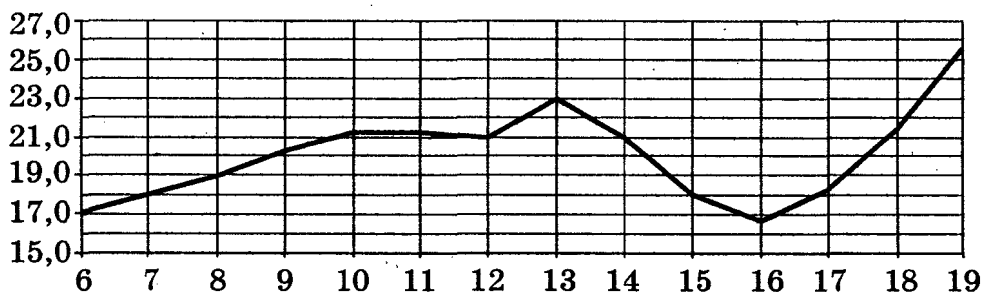
В1

- В1. Стоимость проездного билета на месяц составляет 800 руб. А стоимость билета на одну поездку 22 руб. Аня купила проездной и сделала за месяц 45 поездок. Сколько рублей она сэкономила?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Бресте в период с 6 по 19 июля 1981 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Бресте с 6 по 19 июля 1981 г.



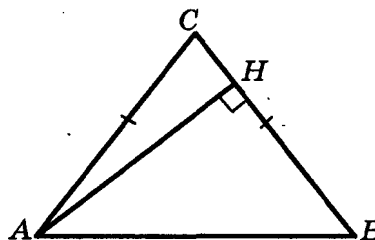
Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была в пределах от 17 °С до 21 °С

В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{5}}(5 - x) = -2$.

В4

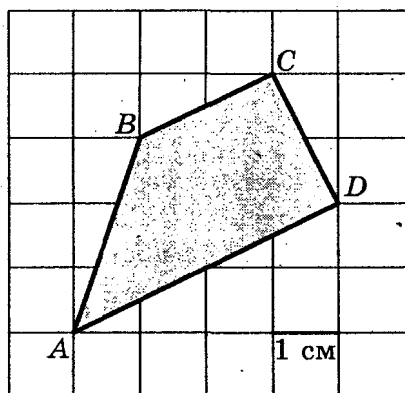
- В4. В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 6$, $\cos A = \frac{3}{5}$. Найдите высоту AH .



- B5.** Для изготовления книжных полок требуется заказать 60 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

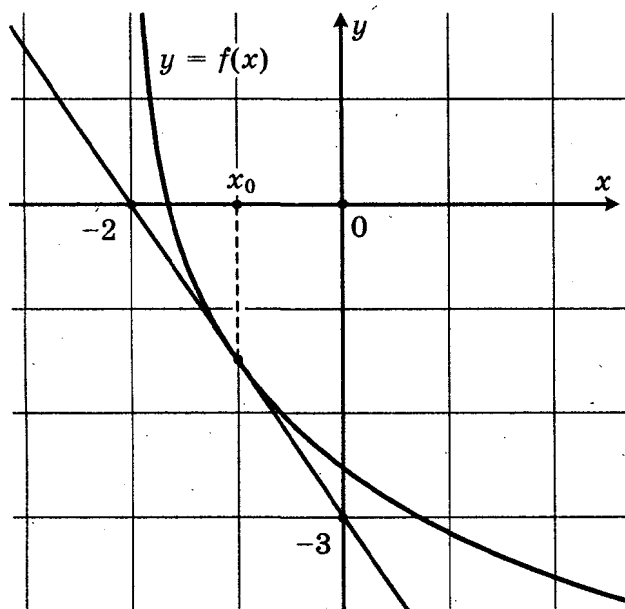
Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	90	15
Б	80	20
В	140	Бесплатно

- B6.** Найдите площадь трапеции $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- B7.** Вычислите значение выражения $7^{\log_7 3} + 25^{\log_5 \sqrt{11}}$.

- B8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



B9

B9. Радиус основания первого конуса в 2 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 3 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 22 см^2 ? Ответ дайте в см^2 .

B10

B10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12 \text{ мг}$ изотопа натрия-24, период полураспада которого равен $T = 15 \text{ ч}$. В течение скольких часов содержание натрия-24 в веществе будет превосходить 3 мг?

B11

B11. Найдите наименьшее значение функции $y = (x - 7)e^{x-6}$ на отрезке $[5; 7]$.

B12

B12. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 70%-го раствора использовали для получения смеси?

Часть 2

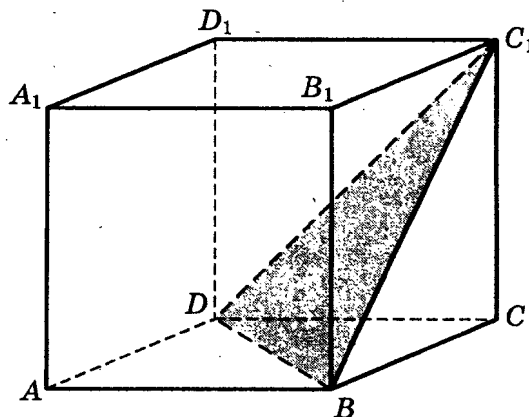
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 4 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 = 0, \\ \sqrt{y^2 - y - 3} + 2 \sin x = 0. \end{cases}$$

C2

C2. В кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между прямой AA_1 и плоскостью BC_1D .



С3. Решите неравенство $\log_3((x+2)(x+4)) + \log_{\frac{1}{3}}(x+2) < \frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 7$.

С3

С4. В треугольнике ABC проведены высоты BM и CN , O — центр вписанной окружности. Известно, что $BC = 24$, $MN = 12$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BOC .

С4

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых из неравенств $0 \leq x \leq 1$ следует неравенство $(a^2 + a - 2)x^2 - (a + 5)x - 2 \leq 0$.

С5

С6. Найдите наибольший общий делитель всех чисел вида $p^2 - 1$, где p — простое число, большее 3, но меньшее 2010.

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 8

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

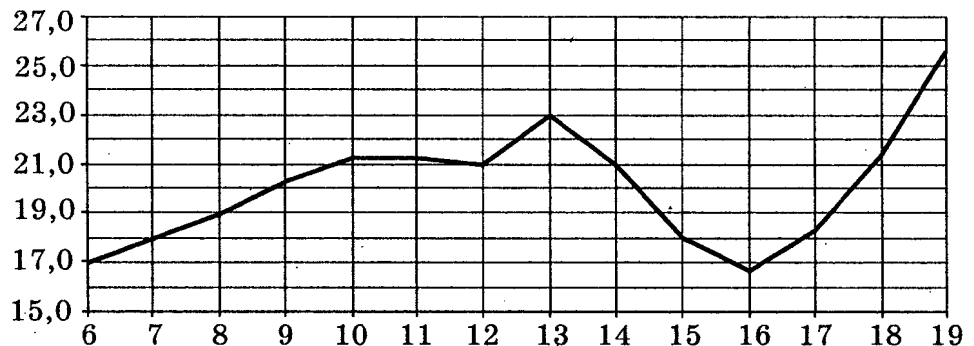
В1

- В1. В одном контейнере можно разместить 9 одинаковых коробок. Какое наименьшее число контейнеров потребуется для того, чтобы разместить 67 таких коробок?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Бресте в период с 6 по 19 июля 1981 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какого числа из указанного периода средняя температура была наименьшей.

Среднесуточная температура в Бресте с 6 по 19 июля 1981 г.

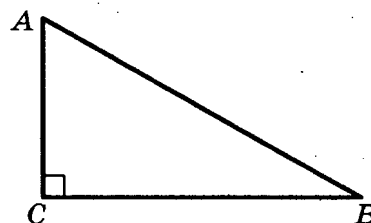


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(x+7) = -2$.

В4

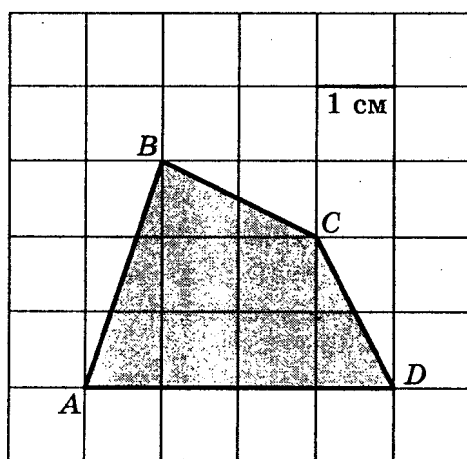
- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол A равен 60° , $AB = 8$. Найдите AC .



- В5. Для изготовления книжных полок требуется заказать 40 одинаковых стекол в одной из трех фирм. Площадь каждого стекла равна $0,15 \text{ м}^2$. В таблице приведены цены на стекло и на резку стекол. Сколько рублей нужно заплатить за самый выгодный заказ?

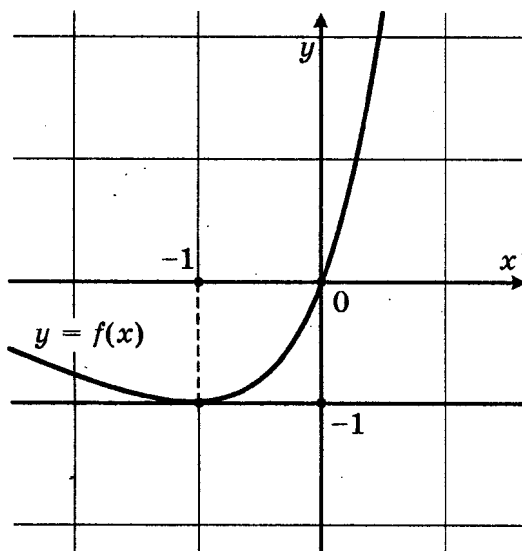
Фирма	Стоимость стекла (руб. за 1 м^2)	Резка стекла (руб. за одно стекло)
А	100	20
Б	90	25
В	170	Бесплатно

- В6. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



- В7. Вычислите значение выражения $3^{\log_3 7} + 49^{\log_7 \sqrt{13}}$.

- В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



B9

B9. Радиус основания первого конуса в 3 раза меньше, чем радиус основания второго конуса, а образующая первого конуса в 2 раза больше, чем образующая второго. Чему равна площадь боковой поверхности первого конуса, если площадь боковой поверхности второго равна 18 см^2 ? Ответ дайте в см^2 .

B10

B10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа иттрия-90, период полураспада которого равен $T = 64$ ч. В течение скольких часов содержание изотопа иттрия-90 в веществе будет превосходить 3 мг?

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $y = \ln(x+5)^5 - 5x$ на отрезке $[-4, 5; 0]$.

B12

B12. Два автомобиля отправляются в 420-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 10 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 час раньше второго. Найти скорость автомобиля, пришедшего к финишу вторым.

Часть 2

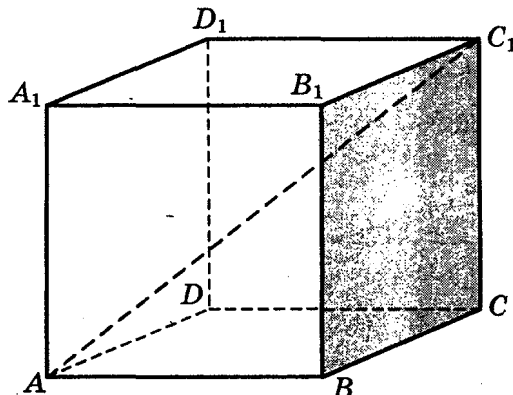
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} \cos 2y = \cos y, \\ \sqrt{x^2 - 2x} = 2 \sin y. \end{cases}$$

C2

C2. В кубе $A...D_1$ найдите тангенс угла между прямой AC_1 и плоскостью BCC_1 .



С3. Решите неравенство $\log_2 \frac{3x-2}{x-1} + 3 \log_8 \frac{(x-1)^3}{3x-2} < 1$.

С3

С4. Точки A_1 , B_1 и C_1 — основания высот треугольника ABC . Углы треугольника $A_1B_1C_1$ равны 90° , 60° и 30° . Найдите углы треугольника ABC .

С4

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $\cos \sqrt{a^2 - x^2} = 1$ имеет ровно десять решений.

С5

С6. На числовой оси отмечены все точки с целыми координатами. Разрешается прыгать на 1 и на 4 вправо или влево. Можно ли за 2010 таких прыжков попасть из точки 1 в точку 2, ни разу не попадая в точки с координатами, кратными 4?

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 9

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

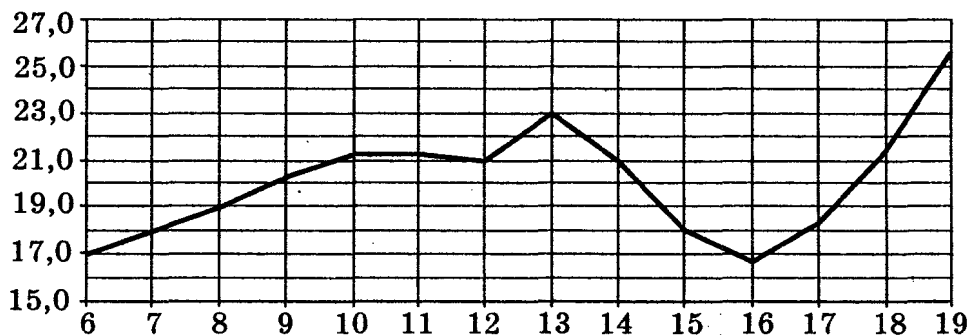
В1

- В1. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Бресте в период с 6 по 19 июля 1981 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, какая была средняя температура 8 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

Среднесуточная температура в Бресте с 6 по 19 июля 1981 г.

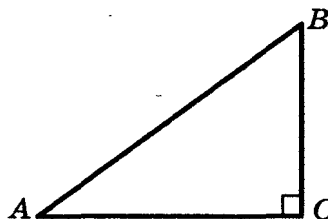


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\sqrt{4x+5} = 5$.

В4

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $\cos A = \frac{4}{5}$. Найдите $\sin B$.

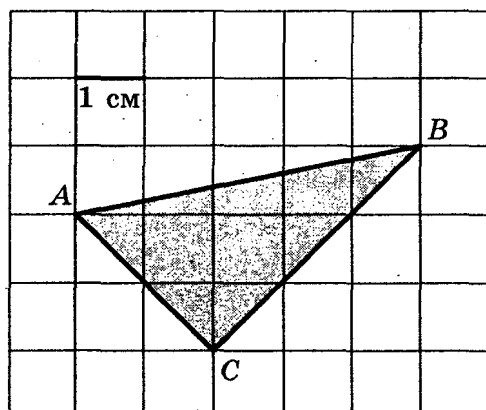


- В5. Двое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 540 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 6 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 18 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на двоих?

В5

- В6. Найдите площадь треугольника ABC . Размер каждой клетки 1 см \times 1 см. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

В6

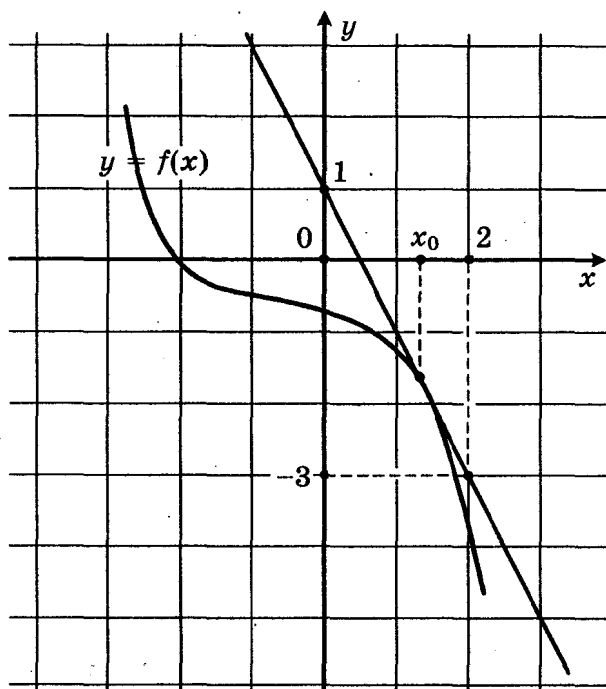


- В7. Вычислите значение выражения $(7^{\log_6 7})^{\log_7 6}$.

В7

- В8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

В8



B9

B9. Объем данного правильного тетраэдра равен 128 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза меньше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10

B10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 12$ мг изотопа азота-13, период полураспада которого равен $T = 10$ мин. В течение скольких минут содержание изотопа азота-13 в веществе будет превосходить 3 мг?

B11

B11. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 29$ на отрезке $[-1; 4]$.

B12

B12. Численность волков в двух заповедниках в 2009 году составляла 220 особей. Через год обнаружили, что в первом заповеднике численность волков возросла на 10%, а во втором — на 20%. В результате общая численность волков в двух заповедниках составила 250 особей. Сколько волков было в первом заповеднике в 2009 году?

Часть 2

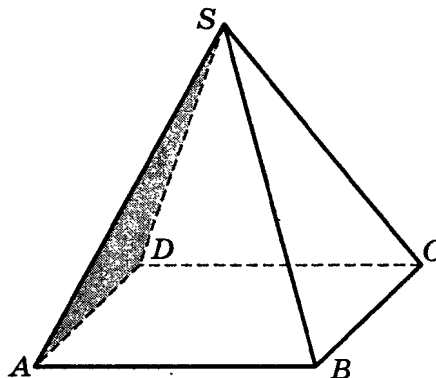
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x \operatorname{tg} y = 9, \\ x \operatorname{ctg} y = 3. \end{cases}$$

C2

C2. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямой AB и плоскостью SAD .



С3. Решите неравенство $\log_{2-x}(x+2) \cdot \log_{x+3}(3-x) \leq 0$.

С3

С4. В трапеции $ABCD$ известны боковые стороны $AB = 27$, $CD = 28$ и верхнее основание $BC = 5$. Известно, что $\cos \angle BCD = -\frac{2}{7}$. Найдите AC .

С4

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $2|2|x| - a^2| = x - a$ имеет три различных решения.

С5

С6. Найдите все натуральные числа, последняя десятичная цифра которых 0 и которые имеют ровно 15 различных натуральных делителей (включая единицу и само число).

С6

ТРЕНИРОВОЧНАЯ РАБОТА 10

Часть 1

Ответом на задания В1–В12 должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и десятичную запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

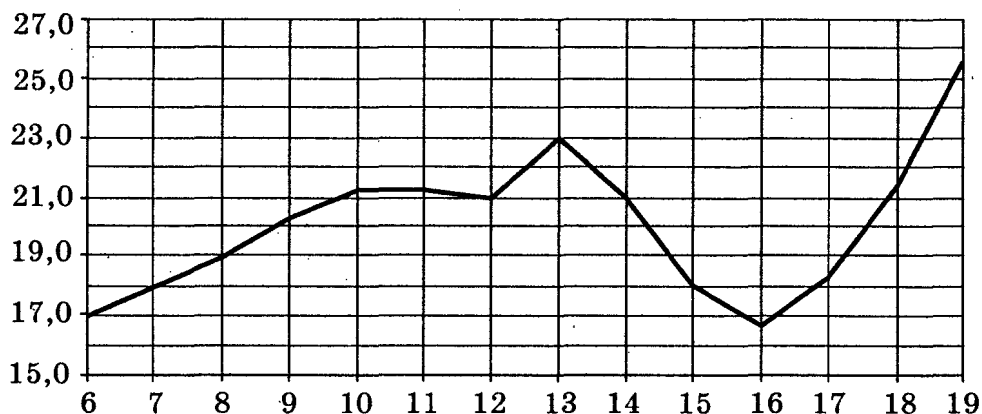
В1

- В1. До снижения цен товар стоил 800 рублей, а после снижения цен стал стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена товара? Знак % в ответе не пишите.

В2

- В2. На рисунке изображен график среднесуточной температуры в г. Бресте в период с 6 по 19 июля 1981 г. На оси абсцисс откладываются числа, на оси ординат — температура в градусах Цельсия. Определите по графику, сколько дней из указанного периода средняя температура была не ниже $20,5^{\circ}\text{C}$.

Среднесуточная температура в Бресте с 6 по 19 июля 1981 г.

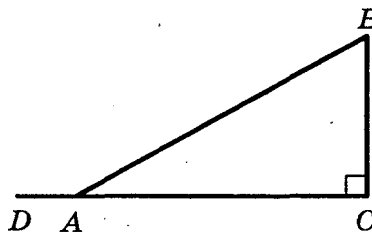


В3

- В3. Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+7} = 7$.

В4

- В4. В треугольнике ABC угол C равен 90° , угол B равен 60° . Найдите синус угла BAD .

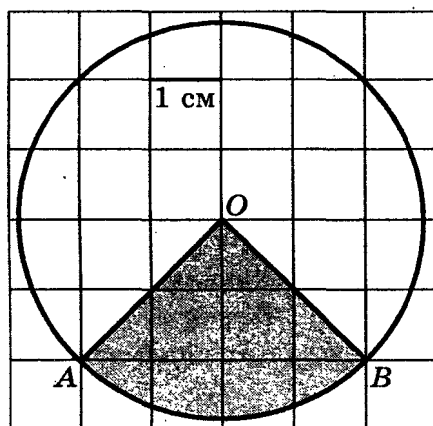


- В5.** Трое решают, как им обойдется дешевле доехать из Москвы в Санкт-Петербург — на поезде или в автомобиле. Билет на поезд стоит 600 рублей на одного человека. Автомобиль расходует 10 литров бензина на 100 километров пути, расстояние по шоссе равно 700 километрам, а цена бензина равна 19 рублям за литр. Сколько рублей придется заплатить за наиболее дешевую поездку на троих?

B5

- В6.** Найдите площадь S сектора. В ответе укажите $\frac{S}{\pi}$. Размер каждой клетки $1 \text{ см} \times 1 \text{ см}$. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

B6

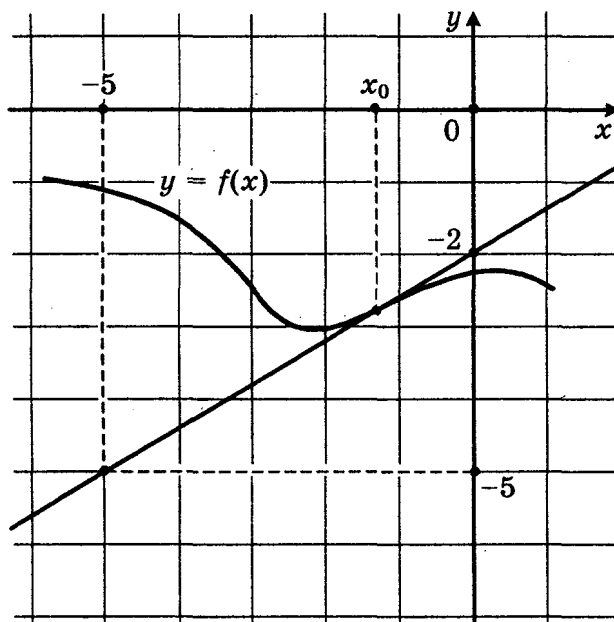


- В7.** Вычислите значение выражения $\log_4 \log_8 \sqrt[16]{48}$.

B7

- В8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f'(x)$ в точке x_0 .

B8



B9

B10

B11

B12

B9. Объем данного правильного тетраэдра равен 3 см^3 . Найдите объем правильного тетраэдра, ребро которого в 4 раза больше ребра данного тетраэдра. Ответ дайте в см^3 .

B10. Масса радиоактивного вещества уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 160$ мг изотопа азота-13, период полураспада которого равен $T = 10$ мин. В течение скольких минут содержание изотопа азота-13 в веществе будет превосходить 5 мг?

B11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3$ на отрезке $[-2; 1]$.

B12. Под строительную площадку отвели участок прямоугольной формы, длина которого на 30 метров больше его ширины. При утверждении плана застройки выяснилось, что граница участка проходит по территории водоохранной зоны, поэтому его ширину уменьшили на 20 метров. Найдите длину участка, если после утверждения плана застройки площадь участка составила 2400 м^2 .

Часть 2

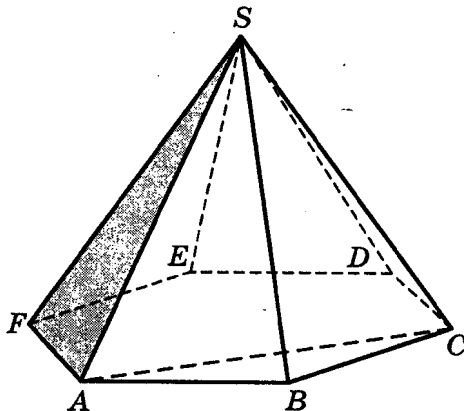
Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1

C1. Решите систему уравнений $\begin{cases} y \operatorname{tg} x = -2, \\ y \operatorname{ctg} x = -6. \end{cases}$

C2

C2. В правильной шестиугольной пирамиде $SA...F$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания — 1, найдите косинус угла между прямой AC и плоскостью SAF .



С3. Решите неравенство $\log_{x+2}(36 + 16x - x^2) - \frac{1}{16} \log_{x+2}^2(x - 18)^2 \geq 2$.

С3

С4. Основания трапеции равны a и b . Прямая, параллельная основаниям, разбивает трапецию на две трапеции, площади которых относятся как 2:3. Найдите длину отрезка этой прямой, заключенного внутри трапеции.

С4

С5. Найдите все значения a , при каждом из которых множество значений функции $f(x) = \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + x + 1}$ лежит на интервале $(-3, 3)$.

С5

С6. При каком наибольшем n найдется n семизначных чисел, являющихся последовательными членами одной геометрической прогрессии?

С6

ОТВЕТЫ

Тренировочная работа 1

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	11	2	3	211700	5	2	2	54	13,75	9	21

С1	$\left\{ \left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; \frac{1}{2} \right) \mid n \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$\frac{7}{4}$
С4	$\sqrt{a^2 - (R - r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R + r)^2}$
С5	$a > \frac{3}{2}$
С6	Да

Тренировочная работа 2

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
58	3,5	8	1	208800	8	2	-3	8	11	21	10

С1	$\left\{ \left(\frac{1}{2}; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \right) \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$
С2	1,2
С3	$\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3} \right]$
С4	39 или 9
С5	$-2 < a \leq 0$
С6	$42 \cdot 3 \cdot 2^5, 42 \cdot 7 \cdot 2^5, 42 \cdot 2 \cdot 3^5, 42 \cdot 7 \cdot 3^5, 42 \cdot 2 \cdot 7^5, 42 \cdot 3 \cdot 7^5$

Тренировочная работа 3

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
15	3	18	9	57000	8	15	0,5	18	1,8	5	53

С1	$\{(-1; \pi k) \mid k \in \mathbb{Z}\}$
С2	2 или 14
С3	$(-7; 6) \cup [2; 2,5) \cup (4; 4,5]$
С4	$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}, \frac{2a}{\sqrt{3}+1}$ или $\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1}, \frac{2a}{\sqrt{3}-1}$
С5	-4; -8
С6	$m = n = k = 2$

Тренировочная работа 4

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
7	9	-11	0,6	46200	6	14	4	4	1,6	-3	53

С1	$\left\{\left(\frac{\pi}{2} + \pi k; -1\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	3 или $\frac{21}{17}$
С3	$(-\sqrt{5}; -2); (1; \sqrt{5})$
С4	165° или 105°
С5	-4; -8
С6	между $\frac{62}{99}$ и $\frac{58}{93}$

Тренировочная работа 5

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
6840	6	29	2,4	2,5	7,5	9	-1,5	25	37,5	11	192

С1	$\left\{\left((-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi k\right) \mid n, k \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{4}$
С3	$(-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2})$
С4	$\sqrt{35} \pm \sqrt{15}$
С5	$-24 < a < 18$
С6	$m = -11250; n = -9$ или $m = -37500; n = -3$ или $m = 0; n = 0$ или $m = 37500; n = 3$ или $m = 11250; n = 9$

Тренировочная работа 6

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
11	10	55	6	2,25	9	10	0,5	4	40	-5	4

С1	$\left\{\left(\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n; \pi k\right) \mid n, k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\left(\frac{\pi}{2} + \pi n; \pm \frac{\pi}{4} + \pi k\right) \mid n, k \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	$\frac{1}{4}$
С3	$(-\infty - 2); (-\sqrt{2}; -1); (1; \sqrt{2}); (2; +\infty)$
С4	45° или 35°
С5	$a < 2$
С6	$k = 0; n = \pm 2$ или $k = 4; n = \pm 23$

Тренировочная работа 7

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
190	8	-20	4,8	1260	7,5	14	-1,5	33	30	-1	3

С1	$\left\{\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; 3\right) \mid n \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; -2\right) \mid n \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$-2 < x < 3$
С4	$8\sqrt{3}$ или 24
С5	$-3 \leq a \leq 3$
С6	24

Тренировочная работа 8

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
8	16	42	4	1020	7,5	20	0	12	128	20	60

С1	$\{(0; 2\pi k) \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{(2; 2\pi k) \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \left\{\left(3; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\left(-1; \frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
С3	$1 - \sqrt{2} < x < \frac{2}{3}, \quad 1 < x < 1 + \sqrt{2}$
С4	$45^\circ, 75^\circ, 60^\circ$ или $135^\circ, 15^\circ, 30^\circ$ или $120^\circ, 15^\circ, 45^\circ$ или $105^\circ, 30^\circ, 45^\circ$
С5	$-10\pi < a < -8\pi, \quad 8\pi < a < 10\pi$
С6	нет

Тренировочная работа 9

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
12	19	5	0,8	756	6	7	-2	2	20	-2	140

С1	$\left\{\left(3\sqrt{3}; \frac{\pi}{3} + \pi k\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\left(-3\sqrt{3}; -\frac{\pi}{3} + \pi k\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
С3	$(-2; -1) \cup (1; 2)$
С4	28 или $2\sqrt{181}$
С5	$a = -2$ и $a = -\frac{1}{2}$
С6	2500 или 400

Тренировочная работа 10

В1	В2	В3	В4	В5	В6	В7	В8	В9	В10	В11	В12
15	7	7	0,5	1330	2	-3	0,6	192	50	-3	80

С1	$\left\{\left(-\frac{\pi}{6} + \pi k; 2\sqrt{3}\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{\left(\frac{\pi}{6} + \pi k; -2\sqrt{3}\right) \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$
С2	$\frac{\sqrt{5}}{5}$
С3	2
С4	$\sqrt{\frac{3a^2 + 2b^2}{5}}$ или $\sqrt{\frac{2a^2 + 3b^2}{5}}$
С5	$(-5; 1)$
С6	11

РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ

Тренировочная работа 1

Часть 2

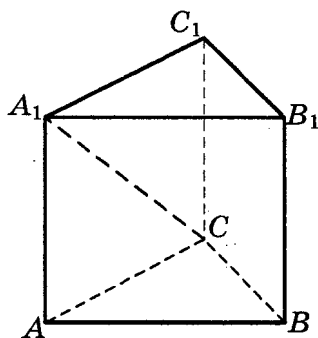
C1. Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 3^y + 2 \cos x = 0, \\ 2 \sin^2 x - 3 \sin x - 2 = 0. \end{cases}$$

Решение:

Решим второе уравнение системы как квадратное относительно $\sin x$. Получим $\sin x = 2$, что невозможно, либо $\sin x = -\frac{1}{2}$. Тогда либо $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (и в этом случае первое уравнение системы не имеет решений, так как его левая часть положительна), либо $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В этом случае первое уравнение системы приводится к виду $3^y = \sqrt{3}$, откуда $y = \frac{1}{2}$.

Ответ: $\left\{ \left(-\frac{5\pi}{6} + 2\pi k; \frac{1}{2} \right) \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

- C2. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .



Решение:

Поскольку $A_1B_1 \parallel AB$, искомый угол равен углу B_1A_1C . Из теоремы косинусов для треугольника B_1A_1C получим $\cos \angle B_1A_1C = \frac{A_1C^2 + A_1B_1^2 - B_1C^2}{2A_1C \cdot A_1B_1}$. Но $A_1C = B_1C = \sqrt{2}$, поэтому

$$\cos \angle B_1A_1C = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

С3. Решите неравенство
$$\frac{\log_{2x-3}^2 \frac{1}{3x-5} + \log_{2x-3} (9x^2 - 30x + 25) + 7}{2 \log_{2x-3} (6x^2 - 19x + 15) - 1} \leq 3.$$

Решение:

Преобразуем неравенство:

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + \log_{2x-3} (3x-5)^2 + 7}{2 \log_{2x-3} ((3x-5)(2x-3)) - 1} \leq 3;$$

$$\frac{\log_{2x-3}^2 (3x-5) + 2 \log_{2x-3} (3x-5) + 7}{2 \log_{2x-3} (3x-5) + 1} \leq 3.$$

Пусть $\log_{2x-3} (3x-5) = y$.

Получаем: $\frac{y^2 + 2y + 7}{2y + 1} \leq 3; \frac{(y-2)^2}{2y + 1} \leq 0.$

1. $y = 2$. Получаем:
$$\begin{cases} (2x-3)^2 = 3x-5, \\ 2x-3 > 0, \\ 2x-3 \neq 1. \end{cases}$$

Решим уравнение: $4x^2 - 15x + 14 = 0$. Корни: $\frac{7}{4}$ и 2. Условию удовлетворяет только $\frac{7}{4}$.

2. $y < -\frac{1}{2}$. Заметим, что обе функции $y = 2x - 3$ и $y = 3x - 5$ принимают значение 1 при $x = 2$, причем при любом $x \neq 2$ они обе либо больше, либо меньше единицы. Следовательно, $\log_{2x-3} (3x-5) > 0$ при всех допустимых x . Поэтому неравенство $\log_{2x-3} (3x-5) < 0$ не имеет решений.

Ответ: $\frac{7}{4}$.

С4. Прямая касается окружностей радиусов R и r в точках A и B . Известно, что расстояние между центрами равно a , причем $r < R$ и $r + R < a$. Найдите AB .

Решение:

Пусть O_1 — центр окружности радиуса R , O_2 — центр окружности радиуса r , A и B соответственно — точки касания окружностей с их общей внешней касательной, C и D соответственно — с внутренней, P — основание перпендикуляра, опущенного из O_2 на O_1A (рис. 1).

Из прямоугольного треугольника O_1O_2P находим, что

$$O_2P = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1P^2} = \sqrt{a^2 - (R-r)^2},$$

а т.к. $AP O_2 B$ — прямоугольник, то $AB = O_2P = \sqrt{a^2 - (R-r)^2}$.

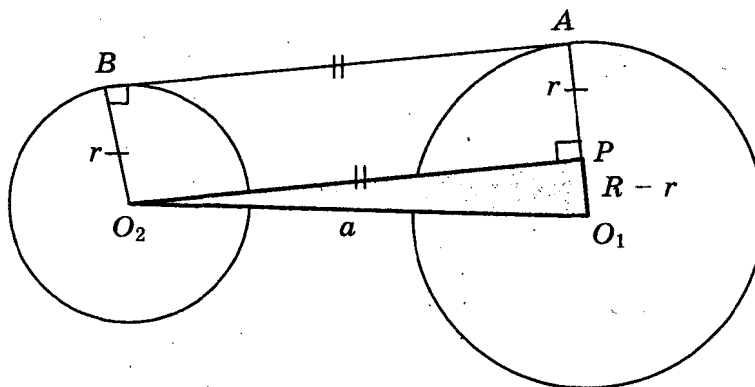
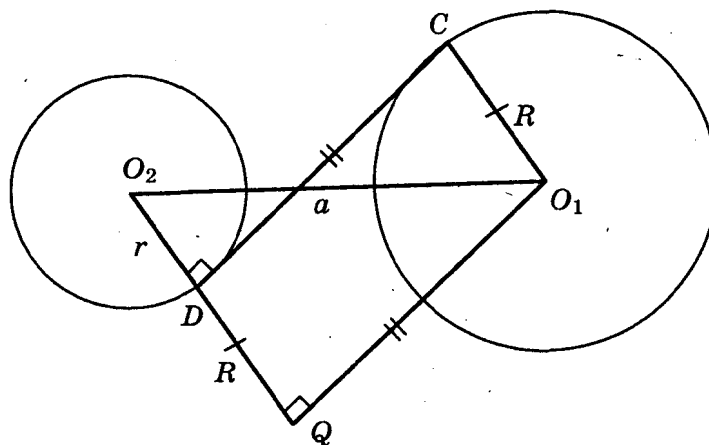


Рис. 1

Пусть Q — основание перпендикуляра, опущенного из O_1 на продолжение радиуса O_2D (рис. 2). Тогда $O_1Q = \sqrt{O_1O_2^2 - O_2Q^2} = \sqrt{a^2 - (R+r)^2}$,
а т.к. DQO_1C — прямоугольник, то $CD = O_1Q = \sqrt{a^2 - (R+r)^2}$.



Ответ: $\sqrt{a^2 - (R-r)^2}$ или $\sqrt{a^2 - (R+r)^2}$.

С5. Найти все значения a , такие, что для любого x выполняется неравенство

$$2x + 2|x - a| + |x - 1| > 3.$$

Решение:

Рассмотрим функцию $f(x) = 2x + 2|x - a| + |x - 1|$

Если $\begin{cases} x < a \\ x < 1 \end{cases}$, то $f(x) = -x + 2a + 1$ убывает.

Если $\begin{cases} x > a \\ x > 1 \end{cases}$, то $f(x) = 5x - 2a - 1$ возрастает.

Значит, наименьшее значение функции $f(x)$ равно или $f(a)$, или $f(1)$.

Поэтому решение задачи получаем из решения системы

$$\begin{cases} f(a) > 3; \\ f(1) > 3; \end{cases} \quad \begin{cases} 2a + |a - 1| > 3 \\ 2 + 2|a - 1| > 3 \end{cases}$$

$$1) \begin{cases} a \geq 1 \\ 2a + a - 1 > 3; \\ 2 - 2a + 2 > 3 \end{cases}; \begin{cases} a \geq 1 \\ 3a > 4; \\ 2a > 3 \end{cases}; a > \frac{3}{2};$$

$$2) \begin{cases} a < 1 \\ 2a - a + 1 > 3; \\ 2 - 2a + 2 > 3 \end{cases}; \begin{cases} a < 1 \\ a > 2 \\ a < \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Решений нет}$$

Ответ: $a > \frac{3}{2}$.

С6. Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящиеся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

Решение:

Число делится на 11 тогда и только тогда, когда разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, делится на 11.

Запишем все цифры подряд: 9876543210. В написанном числе указанная разность сумм равна 5. Меняя местами, например, 5 и 8, мы одну сумму увеличиваем на 3, а другую уменьшаем на 3. Значит, разность между суммами его цифр, стоящих на нечётных и на чётных местах, становится равной 11. Меняя местами, например, 4 и 7, или 3 и 6, получаем требуемые примеры. Примечание. В задаче не требуется нахождение всех чисел, обладающих указанным свойством.

Ответ: Да.

	Единственный государственный экзамен			
	Бланк ответов № 2			
	Регион	Код предмета	Название предмета	Номер варианта
Перепишите значения указанных выше полей из БЛАНКА РЕГИСТРАЦИИ. Отвечая на задания теста, пишите аккуратно и разборчиво, соблюдая разметку страницы. Не забудьте указать номер задания, на которое Вы отвечаете, например, С1. Условия задания переписывать не нужно.				
ВНИМАНИЕ! Данный бланк использовать только совместно с двумя другими бланками из данного пакета				

При недостатке места для ответа используйте обратную сторону бланка

**Высоцкий И.Р., Гушин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С.,
Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенов А.Л., Семенова М.А.,
Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А.,
Шноль Д.Э., Яценко И.В.**

ЕГЭ

МАТЕМАТИКА

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат
№ 77.99.60.953.Д.000454.01.09 от 27.01.2009 г.

Технический редактор *Т.В. Фатюхина*
Корректор *Л.К. Корнилова*
Дизайн обложки *И.Р. Захаркина*
Компьютерная верстка *М.В. Демина*

105066, Москва, ул. Нижняя Красносельская, д. 35, стр. 1.
www.examen.biz

Е-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Текст отпечатан с диапозитивов
в ОАО «Щербинская типография»
117623, г. Москва, ул. Типографская, 10
т/ф (495) 659-25-63; e-mail: v010203@yandex.ru

Качество печати соответствует качеству предоставленных диапозитивов

По вопросам реализации обращаться по тел.: 641-00-30 (многоканальный).